安田女子大学紀要　42，165–176　2014.

分数指導における図的表現の特性および役割について
――記号論的認識論の視点から――

橋　本　正　継

A Study of the Role and Characteristics of Diagrams in the Teaching and Learning of Fractions: From the View of Semiotic Epistemology

Masatsugu Hashimoto

Ⅰ．算数科における表現力重視のねらい

現行学習指導要領（2008）においては，思考力・判断力・表現力および活用力の育成が強調され，より一層の主体的学びの実現が要請されている。ここでは，いずれにも深く関わる算数科における図的表現の役割や指導上の位置付けについて記号論的な視座から再考する。中でもその役割が重要と想定される分数指導に焦点を当てることを実践的課題とする。

はじめに，学習指導要領改訂における思考力・判断力・表現力の育成のねらいと背景について概観し，図的表現の記号論的な分析の必要性および意義を基礎づけておきたい。

1．算数科における思考力・判断力・表現力重視のねらい

学習指導要領改訂に関わる中央教育審議会答申（2008）における思考力・判断力・表現力についての記述で重要な事項として，次の点を挙げておきたい。

まず，今回の改訂では，「活用」「活用する力」ということを強調している。その上で，どのような活動が期待されているかである。次の 6 点が掲げられ，「このような活動を各教科において行うことが，思考力・判断力・表現力等の育成にとって不可欠である。」との認識が示されている[2)]。

① 体験から感じ取ったことを表現する。
② 事実を正確に理解し伝達する。
③ 概念・法則・意図などを解釈し，説明したり活用したりする。
④ 情報を分析・評価し，論述する。
⑤ 課題について，構想を立て実践し，評価・改善する。
⑥ 互いの考えを伝え合い，自らの考えや集団の考えを発展させる。

これらの活動を，それぞれの教科の特質に応じて工夫するということが求められている。さらに捉えておきたいことは，思考力・判断力・表現力を確かな学力として育成できたかどうかについては「成績評価が難しい」という認識を示しつつも，それらを評価することが可能だという認

識を持っていることである。答申の注釈に，次のように示されている。

《知識・技能の活用や探究などの学習活動によってはぐくまれる思考力・判断力・表現力等はこれまで測定が困難な「見えない学力」と言われてきた。しかし，近年，OECD の P1SA 調査や本年度から文部科学省において実施した全国学力・学習状況調査の「活用」問題など，これらの力の測定方法が開発され普及し始めている。》

中央教育審議会答申での先の議論を踏まえ，算数・数学科での思考力・判断力・表現力の育成のための教育課程上の改善方策として，次の提言が基本になっている[3)]。

《数学的な思考力・表現力は，合理的，論理的に考えを進めるとともに，互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため，数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。

特に，根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや，言葉や数，式，図，表，グラフなどの相互の関連を理解し，それらを適切に用いて問題を解決したり，自分の考えを分かりやすく説明したり，互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。》

思考力については，「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えること」が示されている。なお，「体系的に考えること」については，中・高等学校での強調点となる。また，表現力については，次の点を強調している。

① 言葉や数，式，図，表，グラフなどの相互の関連を理解すること。
② それらを適切に用いること。また，関連付けて用いること。
③ それらを用いて問題を解決すること。
④ それらを用いて自分の考えを分かりやすく説明すること。
⑤ それらを用いて互いに自分の考えを表現し伝え合うこと。

思考力・判断力・表現力の育成について，現行学習指導要領（2008）で実現された最大のことは，算数的活動について，領域の内容との関係を新たに構築し，指導内容として位置づけたことである。このことは，教育課程の構造を抜本的に変えたものということができる。学習指導要領の各学年の指導内容の記載の中において，その関係を次のように記述している[1)]。

《内容の「A 数と計算」，「B 量と測定」，「C 図形」及び「D 数量関係」に示す事項については，例えば，次のような算数的活動を通して指導するものとする。（※このあとに活動の例示がある。）》

また，「第 3 指導計画の作成と内容の取扱い」においても述べられている。

《⑶ 算数的活動は，基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けたり，思考力，判断

力，表現力等を高めたり，算数を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために，重要な役割をはたすものであることから，各学年の内容の「A 数と計算」「B 量と測定」「C 図形」及び「D 数量関係」に示す事項については，算数的活動を通して指導するようにすること。》

このようにして，領域の内容と算数的活動は，“縦糸—横糸”のような関係で織りなし，授業をその“織りなし”の中に位置づけていくこととなる。次に示す算数的活動はその典型である。

《第 5 学年：面積の求め方を考え説明する活動

イ　三角形，平行四辺形，ひし形及び台形の面積の求め方を，具体物を用いたり，言葉，数，式，図を用いたりして考え，説明する活動

第 6 学年：計算の意味や仕方を表す活動

ア　分数についての計算の意味や計算の仕方を，言葉，数，式，図を用いて考え，説明する活動》

なお，算数的活動とは，「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」（文部科学省，2008）のことであるが，とりわけ，今日的には次の特徴をもった算数的活動の実現が重視されている。

① 作業的，体験的な活動など身体を使ったり，具体物を用いたりする活動
② 算数に関する課題について考えたり，算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動
③ 考えたことなどを表現したり，説明したりする活動

思考力・判断力・表現力の育成に関わるのは②と③であるが，授業の中でこれらの活動について子どもたちができるようになることが，思考力・判断力・表現力を身に付けた姿ということができよう。

2. 思考力・判断力・表現力の育成の意義

今日では日本のみならず世界的にも前述のような思考力や表現力が重視されている。その背景や理由については，さまざまな立場からの提言や評価があるが，ここでは次節以降で論じる図的表現と密接に関わる記号論的認識論の立場から再確認してみる。

まず「算数・数学は一つの記号体系である」とする数学観が存在する。これは，数学が長い歴史の積み重ねの中で固有の記号を開発し，それらを駆使して思考内容を表現したり，新しい概念を構築したり，問題を解決したりする特徴を捉えたものである。たとえば，イギリスの国定カリキュラムは「数学は情報を組織し，伝達し，操作する手段を提供する」ということを数学の第一の本性とみている[4)]。また，アメリカの算数・数学教育に大きな影響力をもつ NCTM（全米数学教師協会）のカリキュラム案であるスタンダードにおいても，算数の学習は次のような機会を多くもつべきであるとし，算数・数学の記号体系としての特性の重要性を強調している[5)]。

① 具体物，絵，図を数学的考えと関連づけること。

② 数学的考えや場面についての自分たちの考えを振り返り，明確にすること。
③ 自分の日常言語を数学的言語や記号と関連づけること。
④ 数学について表現したり，議論したり，読んだり，書いたりすることは，数学の学習や活用の重要な部分であることを認識すること。

このような算数・数学教育における思考力・表現力育成の意義を整理すると次の２つの基本的機能を果たすことになると言える。一つは「A. コミュニケーションに関わるもの」であり，もう一つは「B. 思考に関わるもの」である。

A. 算数に関する情報のコミュニケーションを促進する。
　A１．算数に関する情報の受信，発信，操作，記録を可能にする。
　A２．算数に関する情報についての議論を可能とする。
　A３．それらによって，よりよい算数に関する情報の構成，理解を可能にする。
　A４．それらによって，算数に関する情報のよりよい問題解決を可能にする。
B. 算数に関する情報についての思考を促進する。
　B１．算数に関する情報の思考手段を提供する。
　B２．算数に関する情報の思考対象を提供する。
　B３．算数に関する情報の操作を可能にする。
　B４．それらによって，新しい算数の概念を構成し，その理解を可能にする。
　B５．それらによって，算数に関する情報の問題解決を可能にする。

これらの意義は一般的なものであるが，実際の算数の教授・学習においては，算数・数学に固有の記号的表現を軸にして，それらによる思考力・表現力の育成がとりわけ重要な意義とされる。

3. 「見えない学力」を可視化することの重要性と困難さ

たしかに先に述べたように，カリキュラム構成の立場から言えば，式による表現などの算数・数学に固有の記号表現を中心とした表現力の育成がとりわけ重要である。しかしながら，こうした思考力・判断力・表現力の育成は，指導する立場から言えば，成績評価が難しい「見えない学力」に位置づけられ，ペーパーテストの点数による評価には馴染みにくい。学習指導要領改訂のねらいでも触れたように，思考力・判断力・表現力等は，算数的活動を通して，子どもから引き出し，その都度丁寧に高めていく以外に育成の手立ては見当たらない。また，そうした教授・学習プロセスの中で，思考力・判断力・表現力等を身につけた子どもの姿を捕まえ評価する以外にその手立ては見当たらない[6)]。こうした学力の指導や評価を前進させる重要なポイントは，思考・判断・表現等の活動プロセスや結果をできる限り目に見えるように可視化する方法である。思考プロセスを可視化することは容易ではないが，ここでは記号論的認識論の視点から図的表現の特性や機能に着目し，その糸口を探りたい。

Ⅱ．算数科における図的表現の類型および特性

1.　図的表現の分類・類型化

算数科で扱う数学的概念や法則は抽象的かつ形式的である。これらを子どもたちにわかりやすく指導するためには，それらを可視化するためのさまざまな道具立てが必要となる。図的表現は，ブロックなどの操作具と同様，そうした道具立てのひとつであり，教科書・板書・ノート等には数多くの図的表現が教師と子どもの双方において，私的にも公的にも，日々使用されている。中原は，算数・数学科における図的表現を図１のように分類し，類型化している[7)]。

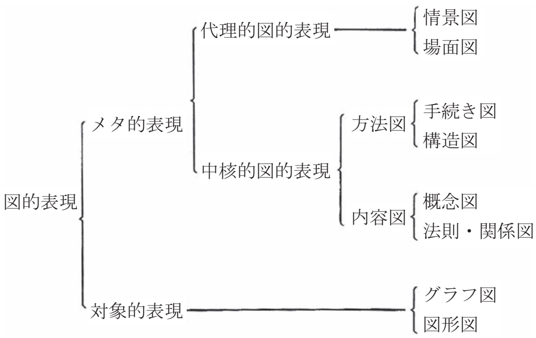

図１　図的表現の類型（中原，1994）

この類型化における重要な知見は，図的表現はメタ的表現と対象的表現に大きく二分されている点であり，さらにはその中の中核的図的表現においても方法図と内容図に二分されている点である。これらの分類の視点は，記号論的な知見であるが，教授・学習の場面において，何かを表すために書かれたもの（表記）は，学習の対象を表す「対象表記」と学習の方法として用いられる「方法表記（メタ表記）」に二分されるということである。中原は，前者を対象的表現，後者をメタ的表現と呼んでいる。前者にはグラフ図や図形図が含まれるが，これらの正しい描き方は数学の分野で既定されていることが多く，学習指導上の議論の余地は少ない。一方，メタ的表現には，学習過程における思考やコミュニケーション活動において，個人的にも社会的にも，いろいろな表し方が想定され，どのような図的表現をどのように活用することが学習指導上適切かという実践的課題と深く関わる。以上のことから，ここでは，図的表現の中から対象的表現を除外しもっぱらメタ的表現を取り扱う。

2.　算数科における方法表記としての図的表現の特性

参考書等の書籍のタイトルに図説や図解といった文言が冠されているものは少なくない。算数・数学においても同様である。しかし，算数と数学とでは図的表現の位置づけが異なる。この点を鶴亀算を例に確認したい。

問題「鶴と亀が合わせて８匹います。足の数は全部で22本あります。鶴と亀はそれぞれ何匹いますか。」

この問題の解き方として，大きく次の２つが考えられる。

①　代数的解法：鶴を x 匹，亀を y 匹とおいて，連立方程式で解く。（中学生以上の解き方）
②　算術的解法：文字式を使わずに，四則計算，言葉，図，表，グラフなどを使って解く。（小学生の解き方）

①と②，すなわち，数学と算数では解き方の道具立てが異なっている。算数では方程式は使えない。②の算術的解法では，「四則計算，言葉，図，表，グラフ」しか道具として利用できないという特性がある。簡単な文章題であればこれで十分といえるが，鶴亀算のようなやや難解な文章題になると，方程式を使えないという強い制約のもとで問題を解かなければならなくなる。従って，算術的解法においては，図，表，グラフがその解き方の道具として中心的な役割を担うことになる。さらに，図1からわかるように，表とグラフは対象的表現であるのに対して，図は方法的表現であり，表やグラフの描き方が明確に規定されているのに比べ，その描き方や使い方の既定は少なく，極めて自由度が高い。そのことが図解や図説のわかりやすさに寄与する反面，わかりにくさや誤解に繋がる恐れもある。よって，算数の教授・学習過程における，図の描き方や使い方の実践的な課題は多いと言える。

3. 算数の教授・学習過程おける図的表現の認識論的特性

子どもたちは日常生活の中でさまざまな数学的行動を行っている。これに対して，学校の教室では，数学者のコミュニティが長年の創造的活動の中で作ってきた数学的な言葉や数学固有の記号表現等を用いて数学的な思考や操作を行うことが求められる。子どもの数学的知識の学習に適した環境を長年研究しているフランスの Brousseau は，日常での学びと教室での学びの方向性が抱える矛盾を，数学者と数学教師による数学的活動の性質の違いとして次のように特徴づけている[8)]。

《数学者の数学的活動と数学教師のそれは，たとえ両者が同じような活動の目的を共有していたとしても，互いに相反する方向性をもっている。数学者は活動の成果をその創造のプロセス通りに表現することはありえない。彼らは，その成果を再構築し，一般的な形式に仕立て上げていく。そのやり方は，「脱文脈化」，「脱個人化」，「脱時間化」に則っている。一方，数学教師はそれとは全く逆の方向をとる。子どもに教える知識をより意味深くするために，その概念を子どもにとって親しみやすい文脈にのせて教えようとする。数学教師は数学者の作った知識を文脈化し，個人化して教えている。》

イギリスの数学教育研究者の Skemp は，こうした数学学習固有の教授・学習プロセスを数学的記号の理解モデルとして図2のように表している[9)]。図2の左半分が現実の日常世界として，右半分が数学の記号的世界として位置づけられている。図2の左上の「言葉による記述や文章題」と右上の「数学的記号」とが，他の項目が実線で結ばれているのに対して，点線で結ばれている所に，両者の対応付けの困難さが示唆されている。つまり，数学的記号の意味するところ（概念やシェマ，いわゆる「可知なるもの」）を直接的に子どもたちに理解させることは困難であり，たとえ一時的な遠回りになってしまうとしても，既知の日常世界にある物的対象や日常の使い慣れた言葉な

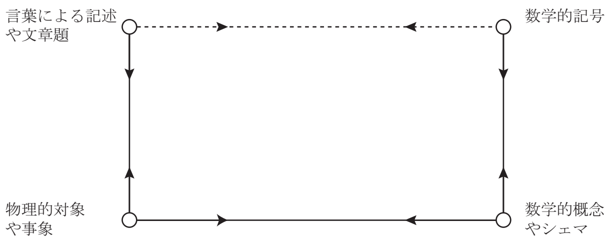

図2 数学的記号の理解モデル（Skemp，1989）

ど（可感なるもの）を媒介として，数学的記号の意味を知的に構成していくより他に手立てがないことを示している。

以上のように，数学の教授・学習過程の特性を記号論的認識論の立場から捉えると，今日的な教育上の目標である「活用力の育成」「思考力・判断力・表現力の育成」さらには「主体的学びの実現」を前進させていくためには，日常的な学びと教室での学びの間を適切に連携させていくことが極めて重要であることを再認識させられる。教室での学びを数学的な言葉や記号のみに限定すると，一般的・普遍的な知識・技能の学習になるであろう。しかし，日常の文脈や経験を切り離すことによって，その学習は数学的なコミュニティによって取り決められた既成のルールや決まりごとの受容という形式的な詰め込みという性格を帯びやすくなる。図３は，子どもが数の表し方を教室の中でどのように学ぶかを，日常の世界を視野に入れて，その学習過程を図示したものである[10)]。この図のポイントは，現実世界と数学世界を結びつけるために用語・教具・図などのさまざまな教材が，その橋渡しとして示されている点である。図的表現は２つの世界をスムーズにつなぎ合わせる仲介役として重要な役割を担っているということである。日常の経験を足がかりにして，さまざまな教具やモデル・線分図などの図的表現を子どもたちは学んでいく。そのことが数学的記号の理解へとつながり，数学的記号を学ぶことで現実世界を超えて抽象的・論理的に物事を関連させて考えることができるようになる。また，日常の言葉によるコミュニケーションだけでなく，数学的表現によるコミュニケーションや記録の学習も重要であるし，図的表現の利用の仕方なども教師が示した通りに複写して覚えるだけでなく，自分なりに略図を書いたり，図を変形して試してみたりして議論し，検討していくことが子どもの思考プロセスを可

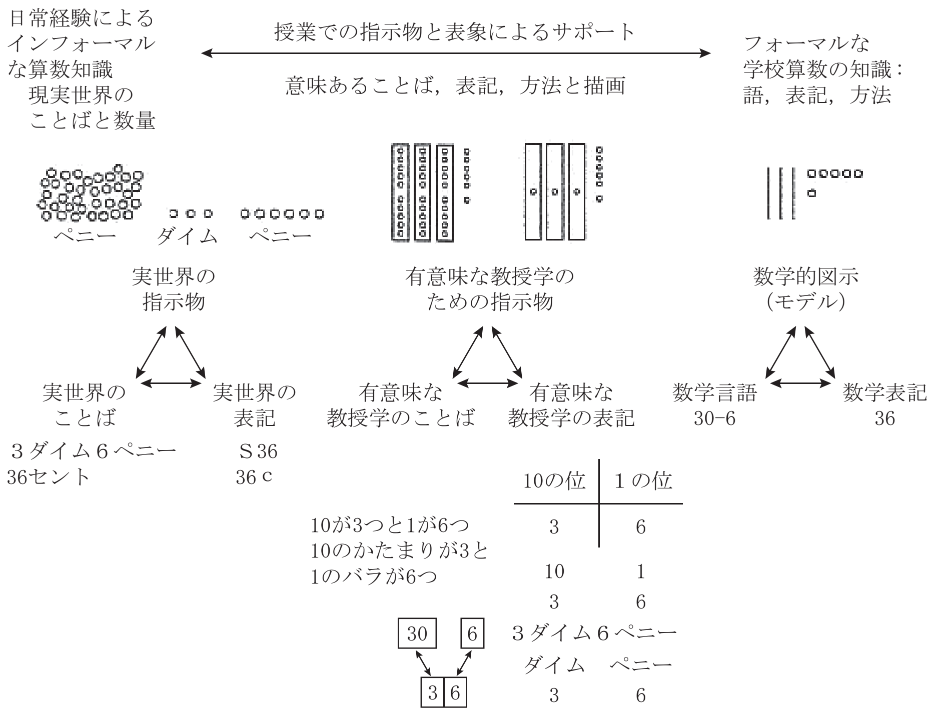

図３　日常の算数から教室での算数への移行過程（Fuson, K., Kalschman, M. & Bransford, J., 2005）

視化する上で特に重要である。

Ⅲ．分数指導における図的表現の役割

1．図的表限の基本的役割

中原は，図的表現の図としての基本的特性に着目して，算数科の教授・学習における図的表現の基本的な役割として次の３つを提示している[11)]。

(1) 日常の現実的場面と学習内容との関連を橋渡しする — 情景図，場面図など
(2) 問題を解決するためのヒントや手がかりや方法を示唆する — 手続き図，構造図など
(3) 学習内容の一般性・法則性を提示したり，関連づけたりする — 概念図，法則・関係図など

まず，学ぶことの意義を大切にしたり，活用力の育成を標榜した場合，３つの中で特に重要なのは (1) の役割である。教室での図的表現の役割を個別に示すだけでなく，図的表現に伴うさまざまな日常的な生活場面やそこでの立ち振る舞い方やことば使いなどと，教室で学ぶ数学的な用語・記号・モデルを相互に関連づける社会文化的あるいは認知発達的な枠組みや視点がより一層大切になってくる。次に，思考力・判断力・表現力の育成を標榜した場合，特に重要なのは (2) の役割である。図的表現は教師が教科書や板書で一方向的に示すだけではなく，子ども自らがノートやワークシートにかき出し，教師と子どもがあるいは子ども同士が双方向に表現し合いながら，問題解決やコミュニケーションの道具として活用していくことがより一層大切になってくる。最後に，知識・技能の習得のみならず，より高度な数学的な見方や考え方の育成を標榜した場合，特に重要なのは (3) の役割である。

2．分数指導における図的表現の実践的機能

以下，先の３つの役割を，分数指導において教科書等でよく用いられる代表的な図的表現を例に具体的に考察する。

(1) 生活と数理を橋渡しする図的表現の例

われわれは自分のよく知っていること（生活経験や日常の事象など）をもとにして新しいことを理解する。算数指導においても同様に，子どもの経験する日常の事柄を取り上げて新しい学習内容を展開する。たとえば，「3/4」という分数の場合も，低学年の子どもに裸のままの抽象的な数として示すことはしない。必ず図４のように，「ロールケーキを４つに分けた３つ分」とか「ピザを４つに切った３つ分」というように日常場面の着物を着せて子どもに提示する。こうした具体的な事柄を子どもたちは生活経験の中でよく知っているので，それを媒介にし

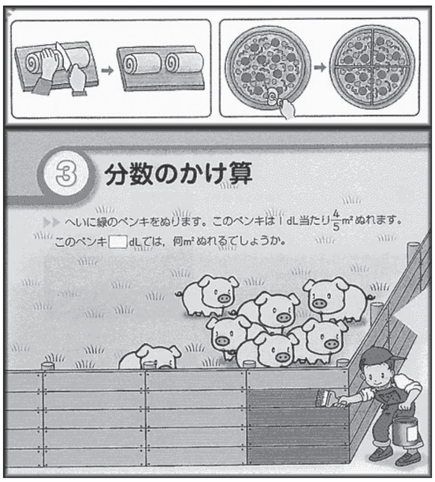

図４　情景図・場面図の例（小学校算数）

て分数の基本的な意味（算数指導では分割分数とよぶ）を学ばせる。こうした日常生活の情景や場面を実際や実物の代わりになるように表した絵図が図４に代表されるような情景図や場面図である。

ここで注意したいことは，今日の算数指導では日常の事象それ自体を深く掘り下げたりはせず，それよりも，それらを分数の数理的な理解をより一層深めるための手段として用いることが多いという点である。例えば，分数「3/4」は「ロールケーキを４つに分けた３つ分」とか「ピザを４つに切った３つ分」といった日常の文脈に依存した初期的な理解の仕方から，学年進行に伴ってやがては「3/4＝１－1/4」とか「3/4＝1/4＋1/4＋1/4＝1/2＋1/4」のようにさまざまな分数との数学的な関係の中でより一層広範にそして数学的に深く理解する方向へと指導が展開される。

逆に言えば，それゆえ，算数指導における情景図や場面図は，実物や実際の精緻さにそれほど拘らなくとも，その代理としての絵図であれば，教室での分数学習の役割を十分に果たすことができるとも言える。

⑵　思考やコミュニケーションの道具としての図的表現の例

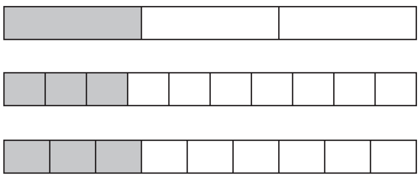

図５　テープ図の例

テープ図は，線分図と同様に，低学年から中高学年にかけての分数指導において，しばしば使用される図的表現の一つである。テープ図は，図５のように，それぞれ好みの個数に自在に等分割することができる。従って，いろいろな分数の大きさの比べ方を子どもに考えさせるよい機会を提供してくれる。たとえば，分母の異なる２つの分数「1/3」と「3/10」の大きさを比べる課題をテープ図を用いて子どもに考えさせてみる。

まず「1/3」はテープ図を３つに等しく分ければよいであろう。次は「3/10」であるが，分母が大きいので分け方がやや煩雑になる。いろいろな分け方があるだろうが，わたしの目に止まった子どもは，まずテープを半分に分け，次に半分のテープをそれぞれ５つに分け，うまく10等分した。それらの10個のパーツの３つ分を取れば「3/10」を得る。この２つのテープ図を比べやすいように並べる。その凹凸から「1/3が3/10より少しだけ大きい」と感覚的に判定する子どもが大半であろう。しかしながら，子どもの中に次のような説明を始めるものが現れた。「わたしは1/3のテープをそれぞれ３つに分けて，９つに分けました。すると，1/3と3/9は同じ大きさになります。」そして，次のような式をかき，その説明を始めた。「1/9＞1/10，3/9＞3/10，1/3＞3/10」明解な論理的な推論である。

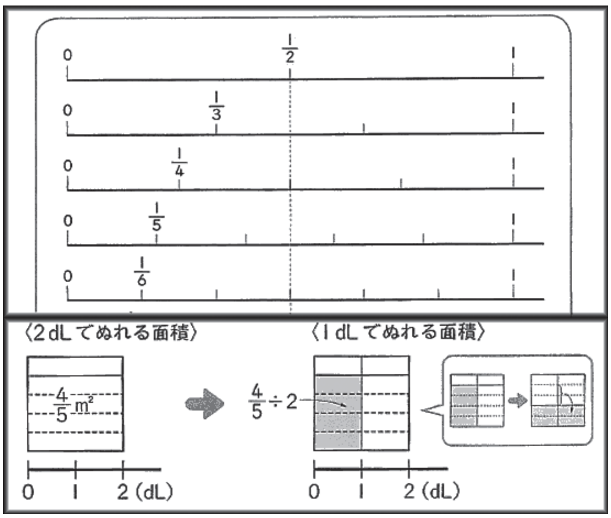

図６　構造図・手続き図の例（小学校算数）

この子どもは，テープ図を通して，

いろいろな分数の大きさをイメージし，さらに，それらのイメージの関係を式でも考え始めている。この子どもにとってテープ図はもはや分数の大きさを具体的に示してくれるだけでなく，関連するいろいろな分数の関係を数学的に考えていく推論の道具にもなっていると言える。このように思考やコミュニケーションの道具として用いられるような図が図６の構造図や手続き図である。

⑶ より発展的な理解を形成するための図的表現の例

高学年になってくると，徐々に具体的な文脈から離れて一般的に考えることができる子どもが増えてくる。たとえば，「3/5と1/2はどちらが大きいか」と問うと，「3/5の方が大きい」と即答する。その理由を尋ねると「3/5はテープ図で考えると，大きい方と小さい方に分かれる。だから，ちょうど半分の1/2より大きくなる。」と，そこに具体的なテープ図がなくても答えられるようになる。この子どもにとって，テープ図は黒板やノートに描かれた具体的な図ではなく，念頭でイメージ操作できるモデルに転化している。では，テープ図の存在がまったく必要ないかといえば，それにはまだ早く，具体的な図のイメージは思考の道具として重要な役割をもっている。

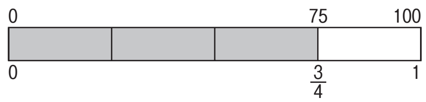

図７ 関係性の理解

このようにテープ図や線分図などが自分の考えを推し進める道具として機能し始めると，分数に関連する他の概念（例えば，百分率，小数，比・比例，割合など）との相互の関係性の理解を形成するより高度な学習の段階に入っていく。たとえば，分数「3/4」をテープ図としてイメージしてみよう。図７のように，テープ全体が４等分され，左側の３つのパーツの集まりと右側のパーツひとつに分かれる。ここで次のように子どもに問うてみよう。「もしテープ全体が100としたら，左側の3/4はどのように表すことができるだろうか」と。この１本のテープ図を発想の軸にして，さまざまな関連概念が絡み合ってくる。たとえば，「テープ全体を１m とすると，100cm になる。1/4は25cm になるから，3/4はその３つ分で75cm になる。」とか，「全体を100％とすると，1/4は25％。その３つ分は75％。」あるいは，「全体を１とすると，1/4は0.25。その３つ分は0.75。」。3/4のテープ図がさまざまな既習事項を一堂に呼び起こしてくる。

いろいろな関連概念を一堂に呼び起こす中で，次のことが明らかになってくるであろう。3/4は75/100，0.75，75％，７割５分と等しい。あるいはまた，テープ図の左側と右側の大きさの比は，75：100あるいは３：４であると。ここでのテープ図は，⑵ で指摘した思考の道具としてだけでなく，分数に関連する他の概念である百分率，小数，比・比例，割合などとの関係性を明確に組織化し，統合する共通基盤として機能している。

さまざまな関係概念を統合する段階においては，テープ図が構造的な変化を遂げている点にお気づきであろうか。テープ図の上下にそれぞれ異なる種類の数値が配置されるようになっている。たとえば，上側に百分率，下側に分数，あるいは，上側に小数，下側に分数といった具合に。このようなテープ図あるいは線分図は教科書等でも多く使用されている。中でも，小数・分数のかけ算・わり算の指導においては，計算の意味を理解する重要な鍵を握る図である。

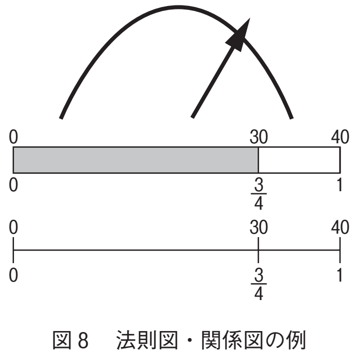

図８ 法則図・関係図の例

学習指導の観点からみると，重要な特性を備えた図の一つであるが，この種のテープ図および線分図を示す教育用語はまだないらしい。海外では「double bar model」とか「double number line」と呼ばれている。訳せば，複式テープ図，複式線分図となるであろうか。

このように，より広く一般的な数学的関係や法則性を統合的に表す図が，図８の法則図・関係図である。

Ⅳ．まとめと今後の課題

結論として，より一層の子どもの主体的学びを実現するためには，図的表現の活用において，次の３点が重要であることを強調したい。一つは，図的表現は，可感なるもの（たとえば日常生活での経験など）と可知なるもの（たとえば算数・数学的概念・法則など）の間の有効な橋渡しであること。二つ目は，対象表記としてのみならず，方法表記としての図的表現の活用（たとえば，児童自らが自らの問題解決の手がかりのために，また教師と子どもあるいは子ども同士でのイメージ共有を図るために図的表現を活用することなど）をより一層推進すべきであるということである。最後は，ここで取り上げる分数概念のように，他の関連する指導内容（たとえば，小数，百分率，比，割合など）と広範にしかも複雑に絡み合う複合的な概念の指導においては，図的表現がさまざまな内容を相互を関連づける共通モデル（たとえば，線分図や面積図など）を提供することになり得ることを長期に渡る指導の中で強く意識すべきであるということである。

注

（1）本論文は，安田女子大学児童教育学会平成25年度第23回研究大会（平成25年６月８日，安田女子大学）において発表した「子どもの主体的学びを実現するための分数指導における図的表現の位置づけについて」（安田女子大学児童教育学会第23回研究大会要旨集，p.12）を出発点とし，具体的な図的表現の分析結果を大幅に追加し，必要な加筆修正を行ったものである。

引用および参考文献

（1）文部科学省，『小学校学習指導要領解説　算数編』，東洋館出版社，2008.
（2）中央教育審議会，「幼稚園，小学校，中学校，高等学校および特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」，2008,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo0/toushin/1216828.htm
（3）中央教育審議会　初等中等教育分科会　教育課程部会，「教育課程部会におけるこれまでの審議のまとめ」（平成19年11月７日），2007,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/07110606/001.pdf
（4）Department of Education and Science, *Mathematics from Ages 5 to 16*, 1988, p.3.
（5）NCTM, *Curriculum and Evaluation standards for School Mathematics*, NCTM, 1989, pp.5–6.
（6）金本良通，『表現力・コミュニケーション能力を育てる算数授業』，明治図書，2012.
（7）中原忠男，『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社，1994，p.235.
（8）Brousseau, G., *Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Kluwer Academic Press, 1997, p.227.
（9）Skemp, R., *Mathematics in the Primary School*, Routledge, 1989.
（10）Fuson, K., Kalschman, M. & Bransford, J. (2005) Mathematical Understanding: An introduction. Donovan, S. & Bransford, J. (Eds.) (2005) *How students learn: History, Mathematics and science in the classroom*, The National Academy Press, pp.217–256.

（11）前掲書（7），pp.246–247.
（12）Lamon, S. J., *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*, Routledge, 2005.
（13）Streefland, L., *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*, Springer, 1991.
（14）Brousseau, G., Brousseau, N., Warfield, V. M., *Teaching Fractions through Situations: A Fundamental Experiment*, Springer, 2013.
（15）Anderson, M., Saenz-Ludlow, A., Zellweger, S., Cifarelli, V. V., *Educational Perspectives On Mathematical As Semiosis: From Thinking To Interpreting To Knowing*, Legas, 2003.
（16）Radford, L., Schubring, G., Seeger, F., *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture*, Sense Publishers, 2008.

〔2013. 9. 26 受理〕